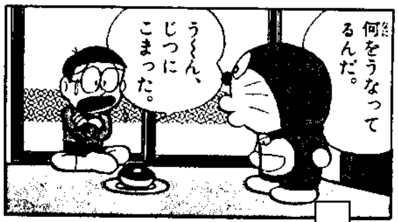
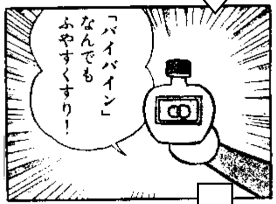
指　数　関　数

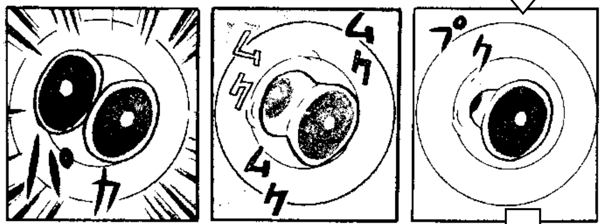
§0　恐怖のバイバイン



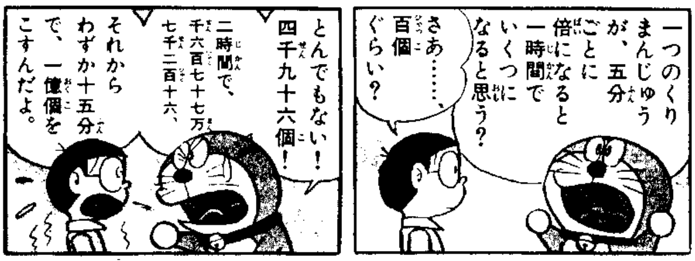
ドラえもん 17 巻に『**バイバイン**』という道具が出てきます。
これを振り掛けられたものは，どんなものでも **5 分ごとに数が倍**になるという夢のような道具です。



最後の 1 個の栗まんじゅうを前に悩んでいたのび太君はこの『バイバイン』を振り掛けました。すると，最初 1 個だった栗まんじゅうが 5 分ごとに 2 個，4 個，8 個と増えていきます。



このペースで増えていくといったいどうなるのでしょうか？
想像できますか？
ドラえもんの計算によると↓

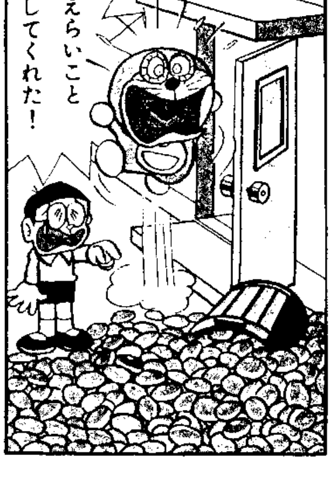


とのこと。これを，計算式で表すと，

1 時間で，$2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=2^{12}=4096$ 個

2 時間で，$\overbrace{2\times2\times2\times2\times2\times2\times\cdots\times2\times2\times2\times2\times2\times2}^{24\text{個}}=2^{24}=16777216$ 個

そしてその 15 分後，$2^{27}>1$ 億
となるわけです。
しかし，残念ながら，のび太君にはこの結果を想像できず，なんと残りの**栗まんじゅうをゴミ箱に捨ててしまう！！** のです。
その結果が…右絵です(これは何分後なんでしょうか？)。



幸い，それを見つけたドラえもんがこの大量の栗まんじゅうをロケットで宇宙に送り，何事もなくこの物語は終わります。

さて，**本当にこれで終わりでしょうか？**

宇宙に送っても栗まんじゅうは 5 分ごとに倍に増えていきます。
このペースで増えたらいったい宇宙はどうなってしまうのでしょうか？
このことを検証してみましょう。

今現在，宇宙の大きさについては諸説あるようですが，約 137 億年前に誕生し，それから光の速さで膨張を続けていると考え，その大きさを**半径 137 億光年の球**としてみましょう。

1 光年 $= 9.46 \times 10^{12}(\mathrm{km}) = 9.46 \times 10^{17}(\mathrm{cm})$ より，

137 億光年 $= 137 \times 10^{8} \times 9.46 \times 10^{17}(\mathrm{cm}) \fallingdotseq 1296 \times 10^{25}(\mathrm{cm})$

すると，その体積 V_1 は

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi(1296 \times 10^{25})^3$$

$\left(\text{半径 } r \text{ の球の体積}\right) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\pi(6^4 \times 10^{25})^3 = \frac{4}{3}\pi \times 6^{12} \times 10^{75}\ (\mathrm{cm}^3)$$

$(10^{25})^3 = 10^{25} \times 10^{25} \times 10^{25} = 10^{75}$

今簡単のために栗まんじゅうの大きさを**半径 3.6cm の球**(ちょっと大きめですが…)とすると，その体積 V_2 は

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{36}{10}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{6^2}{10}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{6^6}{10^3}\ (\mathrm{cm}^3)$$

栗まんじゅうは 5 分後に 2 個，10 分後に 4 個$\left(2^2\text{個}\right)$，15 分後には 8 個$\left(2^3\text{個}\right)$となるので，t 分後には $2^{\frac{t}{5}}$ 個となります。よって，t 分後の栗まんじゅうの体積の総和は，

$$\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{6^6}{10^3} \times 2^{\frac{t}{5}}(\mathrm{cm}^3)$$

つまり，次の方程式を解けば宇宙を埋め尽くす時間が分かります。

$$\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{6^6}{10^3} \times 2^{\frac{t}{5}} = \frac{4}{3}\pi \times 6^{12} \times 10^{75} \quad \Leftrightarrow \quad 2^{\frac{t}{5}} = 6^6 \cdot 10^{78}$$

$6^6 = 46656 \fallingdotseq 4.7 \times 10^4$ とすると，$2^{\frac{t}{5}} \fallingdotseq 4.7 \times 10^{82} \quad \cdots(*)$

実は方程式$(*)$を t について解くと
$t = 5\log_2 4.7 \times 10^{82}$
と表すことができます。これは後ほど学ぶ対数というものです。

少し大雑把に計算してみましょう。50 分後，つまり $t = 50$ のときを考えると
この方程式の左辺は，

$$2^{\frac{50}{5}} = 2^{10} = 1024 \fallingdotseq 1000 = 10^3$$

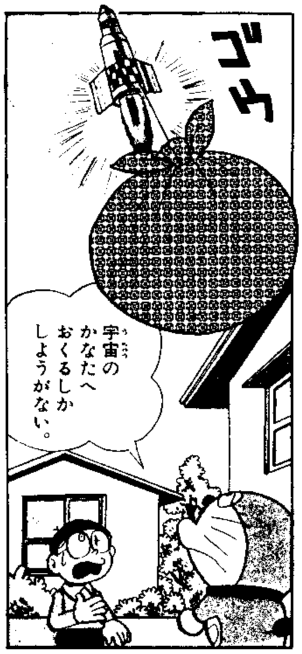
となります。これより，1500 分後は，

$$2^{\frac{1500}{5}} = \left(2^{\frac{50}{5}}\right)^{30} \fallingdotseq (10^3)^{30} = 10^{90} > 4.7 \times 10^{82}$$

となり，$(*)$ の左辺は，右辺よりはるかに大きくなります。
つまり，1500 分後(= 25 時間後)には

宇宙は栗まんじゅうで埋め尽くされてしまう!

のです。いかがでしょうか？
ドラえもんの判断は正しかったのでしょうか？
それにしてもバイバイン恐るべしですね。
今回，学ぶのはこのような恐るべき増え方する指数についてです。



（出典　藤子・F・不二雄『ドラえもん 17 巻』　小学館　1979 年

§1　指数法則

a を n 回掛け合わせたものを，a の n 乗と呼び，a^n と表す。このときの n を**指数**という。

$$\underbrace{a\times a\times a\times a\times a\times\ \cdots\ \times a\times a\times a\times a\times a\times a}_{n\text{個}}=a^n$$

また，a，a^2，a^3，$\cdots$，a^n，$\cdots$ をまとめて a の**累乗**という。

○　指数法則

$b\neq 0$ で，m，n が自然数のとき，指数について以下の計算法則が成り立つ。

①　$a^m\times a^n$

$$a^m\times a^n=\overbrace{(a\times a\times\ \cdots\ \times a\times a)}^{m\text{個}}\times\overbrace{(a\times\ \cdots\ \times a)}^{n\text{個}}$$

$$=\overbrace{a\times a\times a\times\ \cdots\ \times a\times a\times a}^{m+n\text{個}}=a^{m+n}$$

よって，$\boxed{a^m\times a^n=a^{m+n}}$

a の n 乗とはあくまでも『a を n 回掛け合わせたもの』このことが分かっていれば，指数法則はどれも当たり前の法則です。

②　$a^m\div a^n$　$(m>n)$

$$a^m\div a^n=\overbrace{(a\times a\times\ \cdots\ \times a\times a)}^{m\text{個}}\div\overbrace{(a\times\ \cdots\ \times a)}^{n\text{個}}=\frac{\overbrace{a\times a\times\ \cdots\ \times a\times a}^{m\text{個}}}{\underbrace{a\times\ \cdots\ \times a}_{n\text{個}}}=\overbrace{a\times\ \cdots\ \times a}^{m-n\text{個}}=a^{m-n}$$

よって，$\boxed{a^m\div a^n=a^{m-n}}$

③　$(a^m)^n$

$$(a^m)^n=\overbrace{a^m\times a^m\times\ \cdots\ \times a^m\times a^m}^{n\text{個}}=a^{\overbrace{m+m+\ \cdots\ +m+m}^{n\text{個}}}=a^{mn}$$

よって，$\boxed{(a^m)^n=a^{mn}}$

④　$(ab)^n$

$$(ab)^n=\overbrace{ab\times ab\times\ \cdots\ \times ab\times ab}^{n\text{個}}=\overbrace{a\times a\times\ \cdots\ \times a\times a}^{n\text{個}}\times\overbrace{b\times b\times\ \cdots\ \times b\times b}^{n\text{個}}=a^nb^n$$

よって，$\boxed{(ab)^n=a^nb^n}$

また，同様に $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}}$ も成立する。

指数法則

$b\neq 0$ で，m，n が自然数のとき，次の法則が成立している。

①　$a^m\times a^n=a^{m+n}$　　②　$a^m\div a^n=a^{m-n}$

③　$(a^m)^n=a^{mn}$　　④　$(ab)^n=a^nb^n$，$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

§2　指数の拡張

ここまで指数の範囲は自然数のみだったが，ここからはそれを実数にまで拡張する。
実数の範囲まで拡張するということは，a^x の本来の意味「a を x 回掛け合わせた数」とは考えず，
『指数法則と矛盾がないように拡張する』ことを目標としていく。

① a^0

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ において，$m = 0$ とすると，$a^0 \times a^n = a^n$

よって，この式が成立するためには $\boxed{a^0 = 1}$

§0 において，「0 分後の栗まんじゅうの個数」と考えると 0 乗が 1 になる意味がとらえやすい。

② a^{-n} $(a \neq 0,\ n$ は自然数$)$

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ において，$m = -n$ とすると，$a^{-n} \times a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1$

よって，この式が成立するためには $\boxed{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}}$

③ $a^{\frac{m}{n}}$ $(a > 0,\ m,\ n$ は自然数，$n \neq 0)$

$(a^m)^n = a^{mn}$ において，$m = \dfrac{1}{n}$ とすると，$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{1}{n}\times n} = a$

よって，$a^{\frac{1}{n}}$ は n 乗すると a になる数である。これを $\sqrt[n]{a}$ と表し，**a の n 乗根**という。

$$\boxed{a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}}$$

$n = 2$ のときは，a の平方根と言い，普通は 2 を省略して書く。つまりこれは，今まで扱ってきた $\sqrt{a}$ のことである。

$a^{\frac{m}{n}}$ は n 乗するとa^m となる数なので，次のようにあらわすことができる。

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

これにより，「指数が有理数にまで拡張された」ということになる。

また，一般的に n 乗根には次のような性質がある。

n 乗根の性質

$a > 0,\ \ b > 0$ で，$m,\ \ n$ が自然数のとき，次の法則が成立している。

① $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$　　② $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

③ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$　　④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

①の証明

$\left(\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}\right)^n = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n \times \left(\sqrt[n]{b}\right)^n = ab$

$\sqrt[n]{a} > 0,\ \ \sqrt[n]{b} > 0$ より，$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} > 0$

よって，$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

②,③,④も同様の手順で証明ができる。

④　a^x $(x:$無理数$)$

指数が無理数の場合は以下のように考えていくとよい。

例えば，円周率πに対して2^πの値は次のように考えていく。

円周率πは

$$\pi = 3.14159265358979323846264338327950288841971\cdots$$

と続く無理数なので，以下の不等式が成り立つ。

$$2^{3.1} < 2^{3.14} < 2^{3.141} < 2^{3.1415} < 2^{3.14159} < 2^{3.141592} < \ \cdots \ < 2^\pi$$

ここで，$2^{3.1}$，$2^{3.14}$，$2^{3.141}$　…はすべて指数が有理数なので，p.4③より値が定めることができ，かつその値は不等式を右に進めば進むほど2^πに近づいていく。この近づいていく値を2^πと定める。

例えば，$2^{3.14} = 2^{\frac{157}{50}}$ なので，50 乗すれば 2^{157} となる数である。

以上より，a^xはすべての実数xについて値を定めることができる。

また，これらの値は指数法則と矛盾がないよう拡張されたので，

指数が実数のときも以下の指数法則が成り立っている。

指数法則

$a > 0$，$b > 0$で，x，yが実数のとき，次の法則が成立している。

①　$a^x \times a^y = a^{x+y}$　　②　$a^x \div a^y = a^{x-y}$

③　$(a^x)^y = a^{xy}$　　④　$(ab)^x = a^x b^x$，$\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

例1　次の計算をしなさい。

(1)　$a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{4}} \times a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{4}{3}} \div \left(a^{-\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}}\right)$　　(2)　$\sqrt[3]{32} \div 144^{\frac{2}{3}} \times 36^{\frac{3}{2}}$　　(3)　$\sqrt[3]{192} + \sqrt[3]{-81}$

(1)　$a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{4}} \times a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{4}{3}} \div \left(a^{-\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}}\right) = \left(a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{1}{2}} \div a^{-\frac{1}{6}}\right) \times \left(b^{-\frac{1}{4}} \times b^{\frac{4}{3}} \div b^{\frac{5}{6}}\right)$

$$= a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}} \cdot b^{-\frac{1}{4}+\frac{4}{3}-\frac{5}{6}} = a^0 \cdot b^{\frac{1}{4}} = b^{\frac{1}{4}}$$

(2)　$\sqrt[3]{32} \div 144^{\frac{2}{3}} \times 36^{\frac{3}{2}} = (2^5)^{\frac{1}{3}} \div (2^4 \cdot 3^2)^{\frac{2}{3}} \times (2^2 \cdot 3^2)^{\frac{3}{2}}$

$$= 2^{\frac{5}{3}} \div 2^{\frac{8}{3}} \cdot 3^{\frac{4}{3}} \times 2^3 \cdot 3^3 = 2^{\frac{5}{3}-\frac{8}{3}+3} \cdot 3^{-\frac{4}{3}+3} = 2^2 \cdot 3^{\frac{5}{3}} = 12\sqrt[3]{9}$$

(3)　$\sqrt[3]{192} + \sqrt[3]{-81} = \sqrt[3]{192} - \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 3} - \sqrt[3]{3^4} = 4\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$

$a > 0$のとき，$\sqrt[n]{-a}$の値はnが奇数のときのみ存在する。また，常に$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$が成り立つ。

例えば，$\sqrt[3]{-27} = -3 = -\sqrt[3]{27}$，$\sqrt[5]{-32} = -2 = -\sqrt[5]{32}$である。

§3　指数関数のグラフ

ここでは関数 $y=a^x$ のグラフを考えよう。

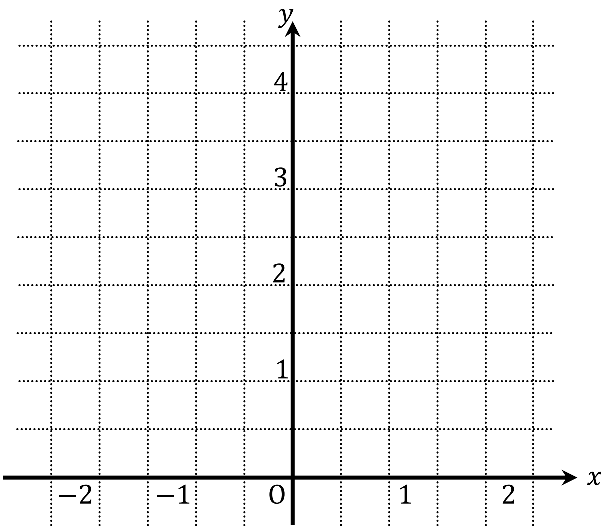
今，a を指数関数 $y=a^x$ の**底**といい，ここでは $a>0$，$a\neq 1$ で考えていく。

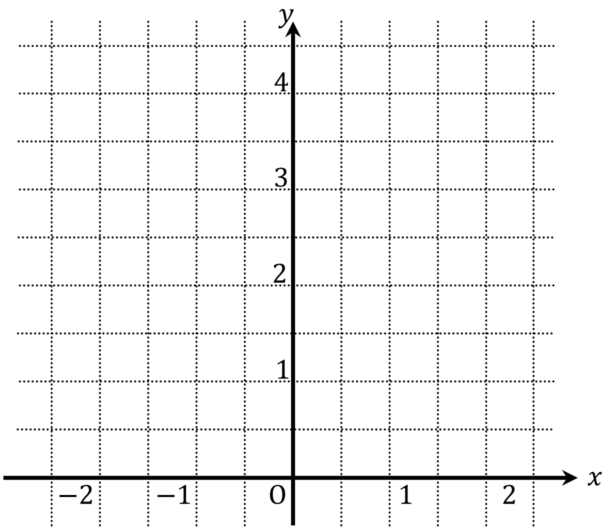
では具体的に，$y=2^x$，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフをかいてみよう。

まず，下の表を埋め，グラフ用紙に点をプロットし，それらを滑らかな曲線で結んでみましょう。

$x=\pm\frac{3}{2}$，$\pm\frac{1}{2}$ のときの値は近似値を求めプロットしましょう。

x	$\cdots$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\cdots$
$y=2^x$	$\cdots$										$\cdots$
$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\cdots$										$\cdots$

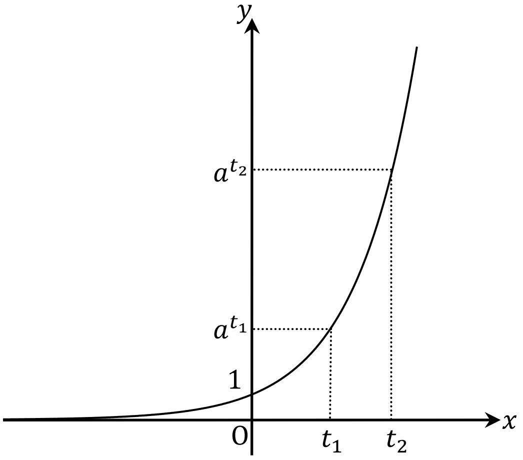




指数関数のグラフ

指数関数 $y = a^x$ のグラフ

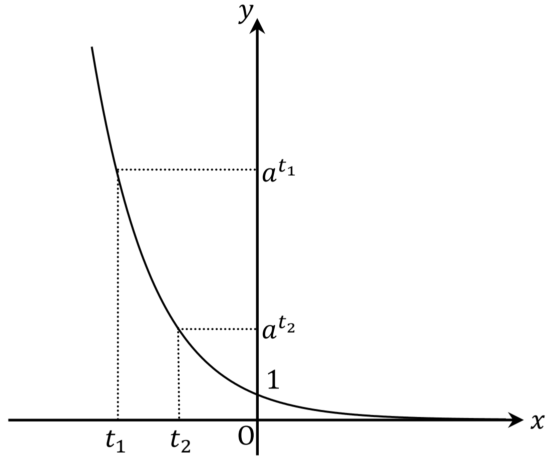
①　$a > 1$ のとき



$t_1 < t_2$　**のとき**　$a^{t_1} < a^{t_2}$

単調増加関数

②　$0 < a < 1$ のとき



$t_1 < t_2$　**のとき**　$a^{t_1} > a^{t_2}$

単調減少関数

点$(0,\ 1)$ を通る

x 軸は漸近線

例 2　$\sqrt[3]{2}$，$0.5^{-\frac{3}{4}}$，$\sqrt[5]{8}$，2，$5^{\frac{1}{5}}$ の大小を比較しなさい。

大小を比較するには以下の 3 つの方法があります。

①　底をそろえる。　　②　指数をそろえる。　　③　n 乗して指数を整数にする。

まず，4 数 $\sqrt[3]{2}$，$0.5^{-\frac{3}{4}}$，$\sqrt[5]{8}$，2 の大小を考える。

底を 2 にそろえると，$\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$，$0.5^{-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}}$，$\sqrt[5]{8} = 2^{\frac{3}{5}}$

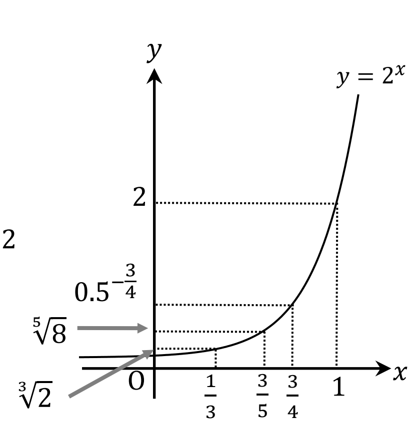
底 $2 > 1$ より，$\dfrac{1}{3} < \dfrac{3}{5} < \dfrac{3}{4} < 1 \iff 2^{\frac{1}{3}} < 2^{\frac{3}{5}} < 2^{\frac{3}{4}} < 2 \iff \sqrt[3]{2} < \sqrt[5]{8} < 0.5^{-\frac{3}{4}} < 2$　…①

また，$\sqrt[5]{8} = 8^{\frac{1}{5}}$ より，$5^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{8}$　…②

ここで，$5^{\frac{1}{5}}$ と $\sqrt[3]{2}$ の大小を比較する。

この 2 数を 15 乗すると，$\left(5^{\frac{1}{5}}\right)^{15} = 5^3 = 125$，$\left(\sqrt[3]{2}\right)^{15} = 2^5 = 32$

$32 < 125$ より，$\sqrt[3]{2} < 5^{\frac{1}{5}}$　…③



①，②，③より，$\sqrt[3]{2} < 5^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{8} < 0.5^{-\frac{3}{4}} < 2$

§4 指数関数の利用

○ 方程式・不等式

例 3 次の方程式・不等式を解きなさい。

(1) $4^{x+1}=\dfrac{1}{8}$ (2) $9^{x+1}+3^{x+1}-2=0$ (3) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x+1}\leqq\dfrac{1}{8}$ (4) $4^{x}>20-2^{x}$

まずは底をそろえることから始めましょう。
これをすることで，単純な指数の比較や，簡単な置き換えにより解くことができます。

(1) $4^{x+1}=\dfrac{1}{8} \iff 2^{2x+2}=2^{-3} \iff 2x+2=-3 \iff x=-\dfrac{5}{2}$

(2) $9^{x+1}+3^{x+1}-2=0 \iff 9\cdot 3^{2x}+3\cdot 3^{x}-2=0$

$3^{x}=t$ とおくと，$t>0$

このとき，

$9t^{2}+3t-2=0 \iff (3t-1)(3t+2)=0$ $t>0$ より，$t=\dfrac{1}{3}$

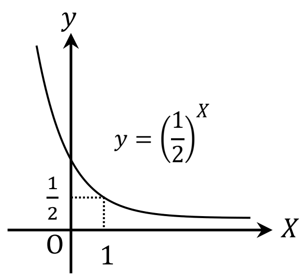
よって，$3^{x}=\dfrac{1}{3} \iff 3^{x}=3^{-1} \iff x=-1$

(3) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x+1}\leqq\dfrac{1}{8} \iff \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x}\leqq\dfrac{1}{8} \iff \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x}\leqq\dfrac{1}{2}$

底 $\dfrac{1}{2}<1$ より，$2x\geqq 1$

底が 1 より小さいので
不等号の向きが逆転する。

よって，$x\geqq\dfrac{1}{2}$



(4) $4^{x}>20-2^{x} \iff 2^{2x}+2^{x}-20>0$

$2^{x}=t$ とおくと，$t>0$

このとき，

$t^{2}+t-20>0 \iff (t+5)(t-4)>0$

$t>0$ より，$t>4$

よって，$2^{x}>4 \iff 2^{x}>2^{2}$

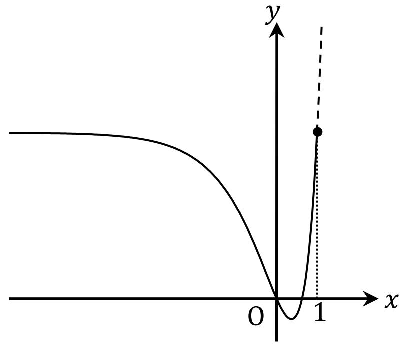
底 $2>1$ より，$x>2$

○　関数の最大・最小

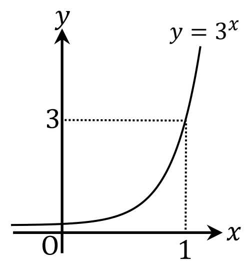
例 4　次の関数の最大値と最小値を求めなさい。ただし，$x \leqq 1$ とする。

(1)　$y = 3^x$　　　　(2)　$y = 3^{2x+1} - 3^{x+2} + 6$

(1)は $y = 3^x$ のグラフをかけば，すぐに解決します。
(2)は$y = 3^{2x+1} - 3^{x+2} + 6$ のグラフが右のようになるので，このグラフにおいて $x \leqq 1$ における最大・最小を考えればよいのですが，今の段階でこのグラフをかくことはできません。
そこで，置き換えにより 2 次関数の最大，最小に帰着させて考えていきます。



(1)　$y = 3^x$ のグラフは右図のようになる。
これより，$x = 1$ のとき最大値 3
最小値なし



(2)　$y = 3^{2x+1} - 3^{x+2} + 6 \quad \Leftrightarrow \quad y = 3 \cdot 3^{2x} - 9 \cdot 3^x + 6$
ここで，$3^x = t$ とおくと，

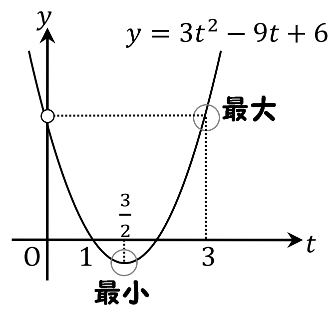
$$y = 3t^2 - 9t + 6 \quad \Leftrightarrow \quad y = 3\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$$

また，$x \leqq 1$ より，　$0 < t \leqq 3$
以上より，

$t = 3$ つまり $x = 1$ のとき最大値 6

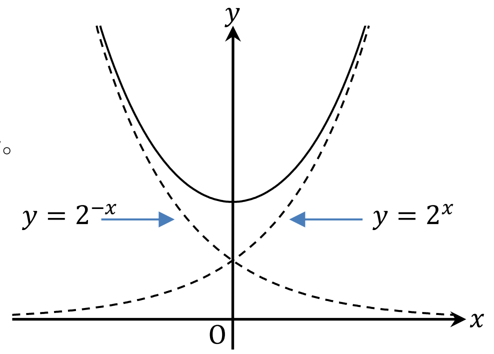
$t = \frac{3}{2}$ つまり $x =??$ のとき最小値 $-\frac{3}{4}$

←最小値をとるときの x の値は，対数を学ぶと表すことができます。



例 5　関数 $y=2^{x}+2^{-x}$ の最小値とそのときの x の値を求めなさい。

$y=2^{x}+2^{-x}$ のグラフをかくと右のようになります。
このグラフにおける最大・最小を考えればよいのですが,
このグラフも $\boxed{\text{例 4}}$ と同様に今の段階ではかくことはできません。
そこで，まずは x が存在するような y の範囲を考えます。
解の配置の考え方を使います。



解①

与式の両辺に 2^{x} をかけて整理する。

$$y\cdot 2^{x}=2^{2x}+1 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{2x}-y\cdot 2^{x}+1=0$$

$2^{x}=X$ とおくと，$X^{2}-yX+1=0 \quad \cdots(*)$

$X>0$ より，X についての 2 次方程式 $(*)$ が $X>0$ の範囲に解を持つような y の範囲を考えればよい。

$f(X)=X^{2}-yX+1$ とおく。

$f(0)=1>0$ より，$(*)$ は $X>0$ の範囲に 2 解(重解を含む)持つ条件を考えればよい。

軸の条件は，$X=\dfrac{y}{2}>0 \quad \Leftrightarrow \quad y>0 \quad \cdots$①

$f(X)=0$ の判別式を D とすると，

$$D\geqq 0 \quad \Leftrightarrow \quad y^{2}-4\geqq 0 \quad \Leftrightarrow \quad y\leqq -2,\ y\geqq 2 \quad \cdots ②$$

①，②より，y のとりうる値の範囲は $y\geqq 2$

$y=2$ のとき，$(*) \quad \Leftrightarrow \quad (X-1)^{2}=0 \quad \Leftrightarrow \quad X=1 \quad \Leftrightarrow \quad x=0$

よって，$x=0$ のとき最小値 2

次に相加・相乗平均の関係を使って解きます。こちらの方がラクなのでおススメです。

解②

$2^{x}>0,\ 2^{-x}>0$ より，相加・相乗平均の関係から，

$$y=2^{x}+2^{-x}\geqq 2\sqrt{2^{x}\cdot 2^{-x}}=2$$

等号は $2^{x}=2^{-x}$ のとき，つまり $x=0$ のとき成立。

よって，$x=0$ のとき最小値 2

【相加・相乗平均の関係】
$a>0,\ b>0$ **のとき**
$$\frac{a+b}{2}\geqq\sqrt{ab}$$
等号は $a=b$ **のとき成立**